

۱- می دانیم تابع f در نقطه $x=2$ مشتق پذیر است. ثابت کنید:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{xf(2) - 2f(x)}{x-2} = f(2) - 2f'(2)$$

۲- اگر $f'(1) = 3$ ، آنگاه حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+4h) - f(1)}{h}$ را پیدا کنید.

۳- اگر $f'(1) = 3$ ، آنگاه حاصل حدهای زیر را پیدا کنید:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{h}, \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+\Delta h) - f(1-3h)}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{2h}$$

۴- اگر $f'(1) = 3$ ، آنگاه حاصل حدهای زیر را بدست آورید:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+\Delta h) - f(1)}{2h}$$

۵- خط مماس بر نمودار تابع f در نقطه $(2, 5)$ از نقطه $(0, 9)$ نیز می گذرد. $f(5)$ و $f'(5)$ را به دست آورید.
(یا نشان دهید $f(5) \cdot f'(5) = -1$.)

۶- a و b را چنان بیابید که تابع های زیر در نقطه $x=1$ مشتق پذیر باشند:

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & ; x > 1 \\ \sqrt{x+3} & ; x \leq 1 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 1 & ; x \geq 1 \\ x^2 - 2ax & ; x < 1 \end{cases}$$

۷- اگر تابع f در نقطه $x=0$ مشتق پذیر باشد، نشان دهید که:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(-h)}{-2h} = f'(0)$$

۸- با استفاده از تعریف مشتق، شیب خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \sin x$ را در نقطه $x = \frac{\pi}{2}$ بدست آورید.

۹- با استفاده از تعریف مشتق، شیب خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \cos x$ را در نقطه $x = \frac{\pi}{2}$ بدست آورید.

۱۰- معادله خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x-3}$ را در نقطه $x=3$ بدست آورید.

۱۱- چرا نمودار تابع $f(x)=|x-1|$ در نقطه $x=1$ مماس ندارد؟

۱۲- چرا نمودار تابع $f(x)=|x^2-1|$ در نقاط $x=1$ و $x=-1$ مماس ندارد؟

۱۳- معادله خط مماس بر نمودار تابع $f(x)=\tan x$ را در نقطه $x=0$ بنویسید.

۱۴- با استفاده از تعریف مشتق، شیب خط مماس بر نمودار تابع $f(x)=\sin x$ را در نقطه $x=\pi$ بدست آورید.

۱۵- با استفاده از تعریف مشتق، نشان دهید که تابع $f(x)=\sin|x|$ در نقطه $x=0$ مشتق ندارد؟
(یعنی مشتق پذیر نیست)

۱۶- اگر $f(x)=\sqrt{x+\sqrt{x}}$ و $g(x)=\sqrt{x-\sqrt{x}}$ ، آنگاه حاصل $f'(2)g(2)+g'(2)f(2)$ را بدست آورید.

۱۷- اگر $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x - \sqrt{x^2 - x}}}$ و $g(x) = \sqrt{x + \sqrt{x^2 - x}}$ ، آنگاه حاصل عبارت $f'(2)g(2) - g'(2)f(2)$ را بدست آورید.

۱۸- f و g تابع هایی مشتق پذیرند، $f'(1) = 3$ و $g'(1) = 2$. اگر $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ ، $h'(1) = 0$ ، آنگاه $h(1)$ را بدست آورید.

۱۹- f تابعی است مشتق پذیر. اگر $f'(\frac{1}{4}) = 1$ ، $f'(\frac{3}{4}) = 3$ ، $g(x) = f(\sin^2 x) - f(\cos^2 x)$ ، آنگاه $g'(\frac{\pi}{6})$ را بدست آورید.

۲۰- اگر $f(x) = \sin(\frac{\cos x}{x})$ ، آنگاه $f'(\frac{\pi}{4})$ برابر با چه عددی خواهد بود؟

۲۱- اگر $f(x) = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{4}x^4$ ، آنگاه حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(1+3h) - f'(1)}{h}$ را بدست آورید.

۲۲- اگر $f(x) = (x-1)^{\delta}(x^2-2)^{\epsilon}(x^2-3)^{\gamma}$ ، آنگاه $f'(1)$ را بدست آورید.

۲۳- مشتق تابع های زیر را با استفاده از تعریف مشتق، در نقطه $x=1$ بدست آورید.

$$y = x^r + 2x - 3$$

$$y = (x-1)^r (x^r + 1)^{\delta}$$

$$y = x^r - x$$

$$y = \sqrt[r]{x-1} (x^{\delta} + 1)^{\gamma}$$

$$y = \sqrt{x^r + 1}$$

$$y = \frac{(2x^r - 3x + 1)^r}{(x+2)}$$

$$y = \sqrt[r]{x^r + 1}$$

$$y = |x^r - 2x|$$

$$y = |x - 2|$$

$$y = |x^r - 2|$$

$$y = \frac{1}{x}$$

$$y = 2 \sin(x-1)$$

$$y = \frac{1}{x^r + 1}$$

$$y = x^{\delta} - 1$$

۲۴- حاصل حدهای زیر را بدست آورید:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\tan\left(\frac{\pi}{4} + h\right) - 1}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{\sin(x+h)} - \frac{1}{\sin x}}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^y - x^y}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(3x + 3h) - \cos 3x}{h}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[\delta]{(x+1)^r} - \sqrt[\delta]{\lambda}}{x-1}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt[\gamma]{(r+h)^r} - \sqrt[\gamma]{\lambda}}{h}$$

۲۵- شیب قاطعی (وتری) که از دو نقطه $x=1$ و x از نمودار تابع $y=f(x)$ می گذرد برابر است با $3-5x^2+2x^3$.
شیب مماس بر نمودار این تابع در نقطه $x=1$ چه عددی است؟

۲۶- با استفاده از تعریف مشتق، ضابطه تابع مشتق تابع های زیر را بدست آورید.

$$f(x) = x^x - 1$$

$$f(x) = x^x + 2x$$

$$f(x) = \sqrt{x-1}$$

$$f(x) = \sqrt{x+1}$$

$$f(x) = (x+1)^x$$

$$f(x) = \sqrt{x^x}$$

$$f(x) = x^x$$

$$f(x) = \tan x$$

$$f(x) = \frac{1}{x-1}$$

$$f(x) = \frac{x-1}{x+1}$$

۲۷- از مبدأ مختصات بر نمودار تابع $f(x)=x^2+1$ مماس رسم شده، معادله این مماس را بنویسید.
(مساله چند جواب دارد؟)

۲۸- نقاطی از تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3x + 1$ را مشخص کنید که مماس بر نمودار این تابع، موازی نیمساز ربع اول و سوم باشد.

۲۹- a و b و c را چنان تعیین کنید که سهمی $y=ax^2+bx+c$ از نقطه $(1, 0)$ گذشته و خط مماس در نقطه $(0, 1)$ بر آن، $y=x-1$ باشد.

۳۰- شیب مماس بر نمودار تابع های زیر را در نقطه $x=-1$ بدست آورید.

$$y = (x+3)^r(x+2)^r(x+1)$$

$$y = (x^r-1)^r\sqrt{(x-1)^r}$$

$$y = \frac{(x+1)^r(x+2)^r}{(x^r+x+1)^r}$$

$$y = \frac{x\sqrt{x+2} + \sqrt{-x}(x+2)}{\sqrt{x^r-2x}}$$

